

# 基于 BEMD 和小波阈值的 MRI 医学图像去噪

李 峰 吕 回

(长沙理工大学计算机与通信工程学院,长沙 410076)

**摘 要** 针对核磁共振医学图像含有的混合噪声的特点,提出了一种基于 2 维经验模式分解(BEMD)和小波阈值去噪的新算法,即将图像分解到固有模态函数(IMF)域。然后采用小波阈值法对各固有模态函数成分进行去噪处理。在分析了小波硬阈值和软阈值去噪的特点之后,对小波阈值进行了改进,克服了传统小波阈值去噪的不足。实验结果表明该方法在有效去除噪声的同时,较好地保留了 MRI 图像的细节,有利于医学的诊断。

**关键词** 核磁共振图像 2 维经验模式分解 固有模态函数 小波阈值去噪

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)10-1972-06

## MRI Medical Image Denoising Based on BEMD and Wavelet Thresholding

LI Feng, LÜ Hui

(College of Computer and Communicational Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076)

**Abstract** A new method which is based on bidimensional empirical mode decomposition (BEMD) and wavelet thresholding was proposed for the noise removal in medical image of magnetic resonance image (MRI). Namely the image was decomposed into the intrinsic mode function (IMF) domain. Then the wavelet thresholding was used to remove the noise in the IMF. After the characteristic of the wavelet hard thresholding and the wavelet soft thresholding was analyzed, an improved wavelet thresholding which overcomes the shortcoming of the custom wavelet thresholding for denoising was introduced. In addition to remove the noise in MRI image, the experimental results show that our method had preserved the details of MRI image. It was propitious to medical diagnoses.

**Keywords** magnetic resonance image, bidimensional empirical mode decomposition, intrinsic mode function, wavelet thresholding denoising

## 1 引 言

核磁共振成像(magnetic resonance image, MRI)处理技术是数字图像处理在生物医学工程中的重要应用,是数字图像处理技术与核磁共振成像相结合的产物,不仅推动了核磁共振成像技术进一步地研究与发展,也为数字图像处理技术提出了新的挑战。在 MRI 图像的形成过程中,由于系统设备电路的影

响,图像中一些重要的信息常被噪声所污染,给图像的正确分析增添了困难。为了得到高质量的图像,消除噪声就成为了 MRI 图像处理的重要课题。

近年来,1 维经验模式分解(empirical mode decomposition, EMD)<sup>[1]</sup>作为处理非线性、非平稳信号的时频分析方法,已成功地应用于生物医学和地球物理学等领域的研究<sup>[2]</sup>,并取得了较好的效果。本文将 1 维 EMD 方法推广到 2 维,即 2 维经验模式分解(bidimensional empirical mode decomposition,

基金项目:湖南省自然科学基金项目(07JJ3120,09JJ3120);湖南省高等学校科学研究重点项目(08A001)

收稿日期:2008-04-28;改回日期:2008-08-18

第一作者简介:李 峰(1964 ~ ),男。教授,硕士生导师,2003 年于中山大学获计算数学专业博士学位。主要研究领域为图像处理与模式识别、信息安全。E-mail: lif@csust.edu.cn

BEMD)方法,该方法将图像分解到固有模态函数(intrinsic mode function, IMF)域,即一系列的 2 维固有模态函数和一个残差图像的形式,其中每个 IMF 都是一个单分量信号。

小波方法作为一种相对成熟的理论,以其良好的时频分析特性,在图像去噪领域受到诸多学者的重视。小波去噪方法的成功主要得益于其具有低熵性、多分辨率性、去相关性和选基灵活性等特点<sup>[3]</sup>。在众多的小波去噪方法中,小波阈值去噪方法以其去噪效果的最佳性得到了广泛地应用,但是对于非平稳信号的去噪,小波方法不甚理想。

基于以上分析,提出了一种基于 BEMD 分解和小波多阈值的医学图像去噪算法,即将图像分解到 IMF 域,得到一系列的 IMF,然后对中高频率成分的 IMF 运用小波多阈值去噪方法。之所以选择对 IMF 进行小波多阈值去噪,是因为图像经 BEMD 分解出的 IMF 尽管是时变的,但却是平稳的单分量信号,而小波阈值法又比较适合这种信号的去噪分析。然后将去噪处理后的各 IMF 和残差图像进行加和重构图像。实验结果表明该方法具有广泛的适用性和独特的去除医学 MRI 图像噪声的优势。

## 2 2 维经验模式分解

1 维 EMD 方法由 Huang 等人提出,通过筛选过程从信号中提取出一系列内蕴模函数及其残差,完全由数据驱动,它吸取了小波变换多分辨率的优势,同时又克服了在小波变换中需要选择小波基的困难,因此该方法同样可以用来对非平稳信号进行滤波和去噪。

本文将 1 维 EMD 方法推广到 2 维,将图像分解表示成 AM-FM (amplitude modulation-frequency modulation)的形式。作为 1 维 IMF 的推广,图像的每一个 2 维 IMF 都是图像的一个零均值的 2 维 AM-FM 分量。而且对图像每进行一次筛分过程,提取出的 2 维 IMF 都具有当前图像中局部最高的空间振荡频率,也就是当前图像的局部细节特征。

Huang 所介绍 EMD 方法提出的 IMF 分量满足的第二个条件:在任意时间点上,信号极大值定义的上包络和极小值定义的下包络的局部均值为零,从局域波分析的角度看,应该是在任意时间点上,信号的局部均值为零。上下包络局部均值为零只不过是求包络均值的一种算法,也可以有其他的求均值的

算法,如 Xu 等人提出的基于限邻域经验模式分解(neighborhood limited empirical mode decomposition, NLEMD)的图像分解算法<sup>[4]</sup>,该算法是在 Huang 等人 EMD 自适应特性基础上,通过设定最大邻域和采用邻域内局部自适应均值算法代替包络均值算法进行分解。实际上,求 IMF 分量就是剔除信号中随时间变化的具有不平稳特性的局部均值曲面。目前存在的 2 维经验模式分解(BEMD)算法主要有基于 1 维模式的 2 维经验模式分解方法<sup>[5]</sup>,将图像展开成 1 维信号做分解,但该方法并没有充分考虑图像像素之间的相关性;基于方向性的 2 维经验模式分解<sup>[6]</sup>,该算法对图像先行后列的形式做分解,虽然该方法在分解框架中考虑了图像的方向性,但同样没有考虑像素之间的相关性;基于径向基函数提取包络的 2 维经验模式分解<sup>[7]</sup>,该算法采用径向基神经网络训练来求取包络,在时间和效率上并不占优势。所以在综合分析考虑了已有 BEMD 方法之后,给出了 BEMD 2 维筛选算法的基本思想:

(1) 初始化  $SD = 1$ ,  $Ires_{ij}(x, y) = Ior_{ij}(x, y) = f(x, y)$ ,  $Ir = Ior_{ij}(x, y)$ ,  $f(x, y)$  是初始图像,  $Ires_{ij}(x, y)$  表示减去均值包络后的剩余项,  $Ir$  表示残差;

(2) 对  $Ires_{ij}(x, y)$  选取某种有效图像极值求取算法计算出图像的极大值和极小值点;

(3) 选取某种有效的插值算法来拟合图像的极大值和极小值点,生成连续的上包络曲面 ( $Up_{ij}(x, y)$ ) 和下包络曲面 ( $Low_{ij}(x, y)$ );

(4) 由式(1)计算出包络均值曲面  $mean_{ij}(x, y)$ ;

$$mean_{ij}(x, y) = \frac{Up_{ij}(x, y) + Low_{ij}(x, y)}{2} \quad (1)$$

(5)  $Ires_{ij}(x, y) = Ires_{ij}(x, y) - mean_{ij}(x, y)$ ;

(6) 重复步骤(2) ~ (5), 直至满足式(3)的迭代终止条件  $SD < \varepsilon$ 。此时可得  $imf_j(x, y) = Ires_{ij}(x, y)$ ;

(7)  $Ir(x, y) = Ir(x, y) - imf_j(x, y)$ ,  $Ires_{ij}(x, y) = Ir(x, y)$ ;

(8) 重复步骤(2) ~ (7), 可将图像分解为如式(2)所示的一系列 IMF 及最终残差的和的形式:

$$f(x, y) = \sum_{j=1}^N imf_j(x, y) + Ir_N(x, y) \quad (2)$$

式中,  $imf_j(x, y)$  为分解出的第  $j$  个 IMF,  $Ir_N(x, y)$  为单调的残差函数, 步骤(6)中的终止条件为

$$SD = \sum_{x=0}^X \sum_{y=0}^Y \left[ \frac{|Irese_{i(j-1)}(x,y) - Ires_{\bar{y}}(x,y)|^2}{Ires_{i(j-1)}^2(x,y)} \right] < \varepsilon \quad (3)$$

上述终止条件是通过连续筛选后所得到的紧邻残余项计算得到的,其中, $X, Y$ 代表图像的大小, $\varepsilon$ 为所取迭代终止参数。实验表明, $\varepsilon$ 的选取直接影响到 EMD 分解出 IMF 的数目和质量,为保证 IMF 能够更好地反映图像的细节,通过反复实验,取  $\varepsilon \leq 0.25$  比较适合图像分解,本文选取  $\varepsilon = 0.2$ 。

## 2.1 图像区域极值点的检测

一幅图像可以当成一个离散的 2 维数组来处理,则确定 2 维筛分过程中极值点的过程要和该位置的 4 邻域或者 8 邻域的值来比较。选取像素点的 4 邻域做比较。具体规则可以阐述如下<sup>[8]</sup>:

(1) 如果中心位置的值大于所有相邻值,则视该点为极大值点;

(2) 如果中心位置的值小于所有相邻值,则视该点为极小值点;

(3) 如果中心位置的值小于一部分相邻的值,同时又大于另一部分相邻的值,则视为非极值点;

(4) 如果某点与极值点相邻,且与相邻的极值相等,则把这两点看作一个区域,直到该区域满足条件(1)~(3)或找到该区域的边界。

该算法将中心点和周围邻域的点做比较,而不是与单一方向上的相邻点做比较,从而可以精确地搜索出极值位置。

通过与数学形态学极值检测方法<sup>[7]</sup>的对比,来检验上述极值检测方法的有效性。并通过 MATLAB 7.4 做仿真实验,得到了如图 1 所示的极值点图像。

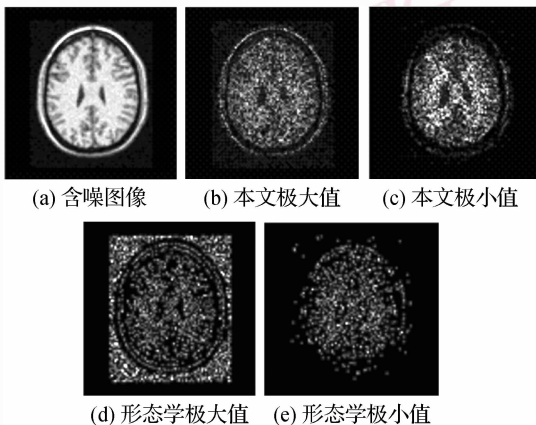


图 1 含噪 MRI 颅脑图像的极值图像

Fig. 1 The extremum image of MRI brain with noises

由图像可知采用数学形态学检测到的极值点图像并未有效地抑制背景噪声;而本文所引用的极值检测方法能够较好地抑制图像的背景噪声。

## 2.2 边缘效应抑制和包络构造

端点问题是利用 EMD 算法时不可避免的一大问题,是 EMD 方法研究的一个方向,目前针对 EMD 端点问题,专家学者们提出了很多解决方法。其中镜像延拓算法<sup>[9]</sup>无论在准周期信号还是在随机信号中都以较明显的优势成为首选。因为无论对于长短周期信号,镜像法基本上都能够很好地保留边界上邻域的信号特征。该方法只对原始信号进行一次延拓,在随后的 EMD 迭代过程中,无需对端点进行延拓处理,理论上说,是从本质上解决 EMD 边缘效应的一个方法;延拓后的信号,由于是闭合的,在求上、下包络的样条插值过程中,可利用端点的周期性约束条件,对于三次样条插值,同样可用追赶法快速求解。

为了减少一些插值方法中解决全局最优问题时计算量过大的问题,采用 Denaulay 三角形网格和三次样条插值来构造极大值和极小值包络。Delaunay 三角形网格以其具有适用性强、分布灵活等特点,被广泛地应用于散乱数据的自动网格化处理中。采用 Delaunay 三角剖分算法<sup>[10]</sup>来构造三角形网格。Delaunay 三角形能够较好地逼近不规则区域,所以常采用把给定区域三角化的方法构造插值曲面。使用构造 Denaulay 三角形网格来进行三次多项式插值,目的是为了简化插值算法,提高 2 维筛分过程构造包络的效率。

通过对没有经过镜像延拓的图像进行样条插值得到的包络图像(如图 2 所示)与本文方法所得的包络图像(如图 3 所示)的比较,说明本文方法构造的包络图像的效果较好且可行。

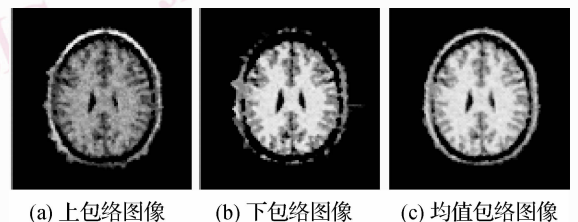


图 2 没有经过镜像延拓的样条插值包络

Fig. 2 The envelope image with spline interpolation and without mirror extension

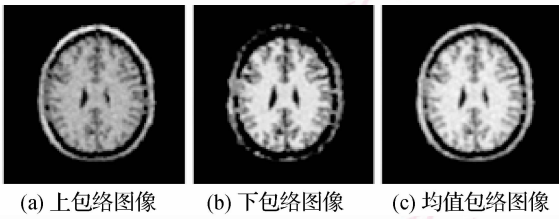


图 3 本文插值方法求取的包络图像

Fig. 3 The envelope image by using the proposed method

$$\hat{w}_k(i, j) = \begin{cases} w_k(i, j) & |w_k(i, j)| \geq \lambda_k(i, j) \\ \text{sgn}(w_k(i, j)) (|w_k(i, j)| - \lambda_k(i, j)) & |w_k(i, j)| < \lambda_k(i, j) \\ \lambda'_k(i, j) & \lambda'_k(i, j) \geq |w_k(i, j)| \geq \lambda_k(i, j) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $\lambda'_k(i, j)$  是该函数的调节门限, 取为  $\lambda'_k(i, j) = \frac{1}{2}(\text{mean}\|w_k(i, j)\| + \lambda_k(i, j))$ 。该方法充分利用已有的软阈值、硬阈值函数的优点, 并克服它们的极端状况发展而来, 并命名为 H-S 阈值。

为了使去噪具有更好的针对性和局部性,  $\lambda_k(i, j)$  采用式  $\lambda_{k,l}(i, j) = \sigma_{k,l} / \sqrt{2\log n_{k,l}}$  求取: 其中,  $\sigma_{k,l} = \frac{MAD_{k,l}}{0.6745}$ ,  $k$  代表第  $k$  尺度,  $l$  代表  $k$  尺度下的高频子带,  $MAD_{k,l}$  则相应表示为  $k$  尺度下的第  $j$  子带中小波系数绝对值的中值,  $n_{k,l}$  为相应子带的大小。

### 3 固有模态函数域的小波阈值去噪

#### 3.1 小波阈值方法

小波阈值去噪方法的基本思想是: 噪声和信号经多尺度分解得到的小波系数具有不同的分布特性, 噪声主要在高频段, 对应绝对值较小的小波系数, 信号主要在低频段, 对应绝对值较大的小波系数。含噪信号中大于一定阈值的小波系数, 认为此系数含信号分量, 予以保留; 对于小于该阈值的小波系数, 认为此系数不含信号分量, 只是噪声作用的结果, 滤掉这样的系数。经处理之后的小波系数就可以理解为基本上是由信号引起的, 从而达到去噪效果。

通常, 阈值函数的选取有软阈值 (soft) 函数和硬阈值 (hard) 函数两种, 分别为

$$\hat{w}_k(i, j) = \begin{cases} \text{sgn}(w_k(i, j)) (|w_k(i, j)| - \lambda_k(i, j)) & |w_k(i, j)| \geq \lambda_k(i, j) \\ 0 & |w_k(i, j)| < \lambda_k(i, j) \end{cases} \quad (4)$$

小波软阈值即把  $(i, j)$  处的小波系数绝对值与指定阈值  $\lambda_k(i, j)$  相比较, 小于阈值的点变为 0; 大于或等于阈值的点变为该点绝对值与阈值的差。

$$\hat{w}_k(i, j) = \begin{cases} w_k(i, j) & |w_k(i, j)| \geq \lambda_k(i, j) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

小波硬阈值即把  $(i, j)$  处的小波系数绝对值与指定的阈值  $\lambda_k(i, j)$  进行比较, 小于阈值的点变为 0; 大于或等于阈值的点保持不变。

由于小波软阈值去噪会出现“过扼杀”的现象, 虽然去噪效果非常明显, 但是也会使图像丢失大量边缘细节信息。而小波硬阈值虽然能够保留较多的图像边缘信息, 但是其去噪效果又不如软阈值好。所以综合考虑, 采用一种折中的办法, 修改上述阈值方法为

#### 3.2 固有模态函数域的小波阈值去噪

信号经 EMD 分解的各个 IMF 的瞬时频率之间的关系<sup>[11]</sup>: 第 1 个 IMF 含最高瞬时频率成分, 第  $i$  ( $i \geq 2$ ) 个 IMF 的瞬时频率几乎处处是第  $i+1$  个 IMF 的瞬时频率的两倍。因此, 信号经 EMD 分解出的各个 IMF 可以看作是对原信号进行带通滤波的结果。若去掉若干个高频 IMF 之后, 由其余的 IMF 重构原信号即相当于低通滤波; 若去掉若干个低频 IMF 之后, 由其余的 IMF 重构原信号即相当于高通滤波; 若同时去掉若干个高频 IMF 与低频 IMF 之后由其余的 IMF 重构原信号即相当于带通滤波。在噪声的频谱和信号的频谱不能分开时, 信号经 EMD 分解之后的一些高频 IMF 将是噪声的主要分布层, 而各个 IMF 的频率几乎是按照 2 的负幂次方的形式递减的, 所以随着分解层数的增加, 噪声的强度也越来越弱, 因此低频 IMF 几乎就是期望信号的低频分量。如图 4, 图 5 所示, 对同一幅不含噪声和加了 9% 混合噪声的 MRI 颅脑图像分解结果的比对可以清楚地说明这一点。所以简单地用原信号减去经 EMD 分解的一个或者多个高频 IMF 将导致信号自身的重要细节一同被滤掉, 尤其是图像信号的边缘信息。针对 BEMD 非平稳信号的良好分解能力, 结合小波阈值技术, 在保留残差的同时对分解得到的各 IMF 进行小波阈值去噪处理, 然后通过小波逆变换重构各 IMF, 最后重构原信号。

设  $f(x, y)$  是一无噪均匀的 MRI 图像,  $g(x, y)$  是加入了混合噪声后的图像,  $\text{imf}_n(x, y)$  是  $g(x, y)$  通

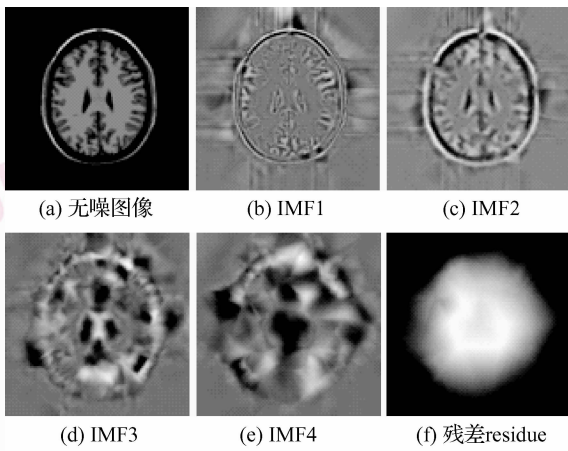


图 4 无噪 MRI 颅脑图像 BEMD 分解  
Fig. 4 The BEMD of MRI brain without noises

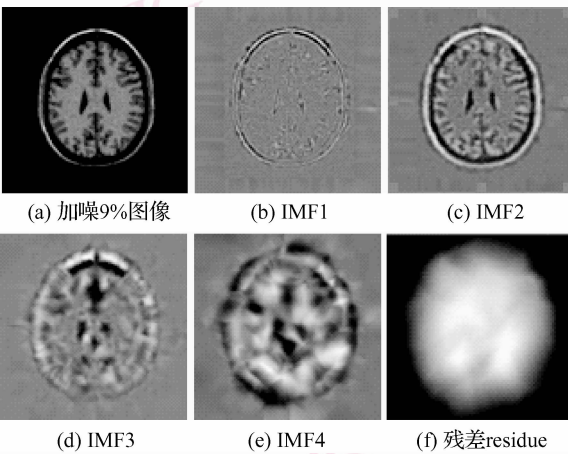


图 5 加噪 9% MRI 颅脑图像 BEMD 分解  
Fig. 5 The BEMD of MRI brain with 9% noises

过 BEMD 算法分解得到的  $n$  个固有模态函数,固有模态函数域的小波阈值去噪的具体方法如下:

- (1) 对  $imf_n(x, y)$  进行小波变换,得到的低频系数和高频系数分别为  $h_k(i, j)$  和  $w_k(i, j)$ ;
- (2) 计算各高频系数的阈值,即每个高频子带都有其相应的阈值;
- (3) 对高频小波系数  $w_k(i, j)$  进行阈值处理,得到处理后的小波系数  $\hat{w}_k(i, j)$ ;
- (4) 对  $\hat{w}_k(i, j)$  和保留的低频系数  $h_k(i, j)$  进行小波逆变换,得到小波阈值去噪重构后的固有模态函数  $\hat{imf}_n(x, y)$ ;
- (5) 最后,用保留的残差  $residue$  加上各  $\hat{imf}_n(x, y)$ , 得到重构的去噪图像  $\hat{f}(x, y)$ 。

### 4 实验结果及分析

实验用图 5(a),实验所用的 MRI 颅脑图像来源于 BrainWeb<sup>[12]</sup>。其相应参数指标为 Modality = T1, Protocol = ICBM, Phantom\_name = normal, Slice\_thickness = 1 mm, Noise = 9%, INU = 0%; Modality 代表成像形态, Protocol 代表成像协议, Phantom\_name 为仿真切片的状态, Slice\_thickness 代表切片厚度, INU 代表切片非均匀程度,这里 0% 代表切片是均匀的。实验图像的大小设为 256 × 256 像素大小。首先,对含噪的 MRI 颅脑图像进行 4 层 2 维经验模式分解,即分解得到 4 个 2 维 IMF 和 1 个残差图像。然后,本文采用“sym4”小波对由 BEMD 分解得到的各 IMF 再进行 3 层小波分解,并采用小波阈值去噪方法对各 IMF 图像进行去噪处理,这一过程,本文称之为 IMF 域深层滤波,这样可以尽可能多地保留图像的细节信息。

分别运用 IMF 域小波硬阈值、IMF 域小波软阈值和 IMF 域小波 H-S 阈值方法做了实验,实验保留残差图像不做处理,最后重构原图像,并将实验结果与传统的小波阈值去噪方法和文献[5]所采用的去除第 1 个 IMF 后,重构图像,从而达到滤波去噪效果的方法做了比较,实验结果如图 6 所示。实验结果表明,由文献[5]所述方法去噪得到的图像边缘信息比较模糊,且去噪效果不是很令人满意;而基于固有模态函数域的小波阈值去噪有着良好的去噪效果,尤其是从图 6(f)中可以看到,本文算法在去除图像噪声的同时,有效地保留了大量的边缘细节。

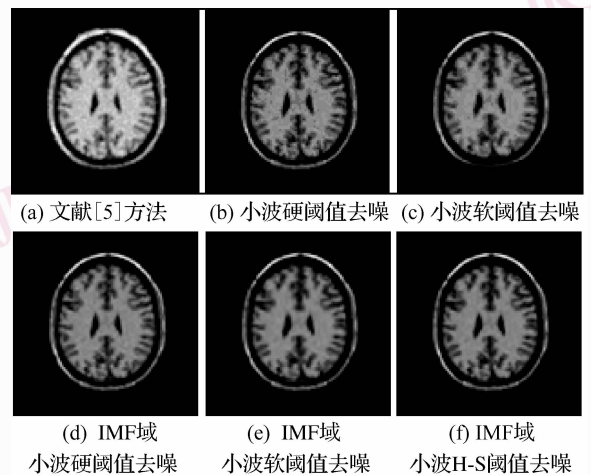


图 6 去噪实验结果  
Fig. 6 The experiment result of denoising

为了能够定量地衡量本文算法的去噪效果,用图像的峰值信噪比 (PSNR) 对归一化处理后的图像进行衡量。

均方误差 (MSE)

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [f(i,j) - \hat{f}(i,j)]^2}{M \times N} \quad (7)$$

峰值信噪比 (PSNR)

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{R^2}{MSE} \right) \quad (8)$$

式中,  $M, N$  是图像的大小,  $f(i, j)$  是原始无噪图像即图 4(a),  $\hat{f}(i, j)$  是去噪重构的图像,  $R$  是图像  $f(i, j)$  的灰度量级, 本文取  $R = 255$ 。比较结果如表 1 所示。

表 1 去噪性能比较

Tab. 1 The contrast of denoising's capability

	文献[5]方法	传统小波硬阈值	传统小波软阈值	IMF 域小波硬阈值	IMF 域小波软阈值	IMF 域小波 H-S 阈值
MSE	1 043. 51	200. 92	186. 56	116. 07	101. 50	86. 84
PSNR (dB)	16. 66	25. 10	25. 42	27. 48	28. 07	28. 74

## 5 结 论

提出了一种基于 BEMD 分解的小波阈值去噪算法,该算法将传统的小波频域滤波的方法融合到了固有模态函数域中来,通过对 BEMD 分解得到的高频 IMF 进行再分解,可以将高频 IMF 成分分解到小波域当中,充分地把噪声信息集中到高频成分当中,以便尽可能地保留图像细节。并采用改进的小波阈值法对其高频成分进行去噪处理,实验证明,通过 BEMD 分解,再对各 IMF 由小波阈值去噪处理后重构的图像,既有效地消除了噪声,同时又较好地保留了图像细节。由于本文方法能够较好地图像的噪声分解到高频成分中,所以本文方法同样适用于医学 CT 图像与遥感图像等模式图像的去噪。

### 参考文献 (References)

- Huang N E, Shen Z, Long S R, *et al.* The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis [A]. In: Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical and Physical Sciences [C], London, Britain, 1998: 903-995.
- Loh C H, Wu T C, Huang N E. Application of the empirical mode decomposition—Hilbert spectrum method to identify near-fault ground motion characteristics and structural responses [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2001, 91(5): 1339-1357.
- Vidakovic B, Lozoya C B. On time-dependent wavelet denoising [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(9): 2549-2551.

- Xu Guan-lei, Wang Xiao-tong, Xu Xiao-gang. Neighborhood limited empirical mode decomposition and application in image processing [A]. In: Proceedings of the 4th International Conference on Image and Graphics [C], Washington, DC, USA, 2007:149-154.
- Yue Huan-yin, Guo Hua-dong, Han Chun-ming, *et al.* A SAR interferogram filter based on the empirical mode decomposition method [A]. In: Proceedings of IEEE 2001 International Geoscience and Remote Sensing Symposium [C], Sydney, NSW, Australia, 2001: 2061-2063.
- Liu Zhong-xuan, Wang Hong-jian, Peng Si-long. Texture classification through directional empirical mode decomposition [A]. In: Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition [C], Washington DC, USA, 2004:803-806.
- Nunes J C, Bouaoune Y, Delechelle E, *et al.* Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition [J]. Image and Vision Computing, 2003, 21(12): 1019-1026.
- He Lu-lu, Wang Hong-yuan. Spatial-variant image filtering based on bidimensional empirical mode decomposition [A]. In: Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition [C], Washington, DC, USA, 2006, 2: 1196-1199.
- Zhao Jin-ping, Huang Da-ji. Mirror extending and circular spline function for empirical mode decomposition method [J]. Journal of Zhejiang University (Science), 2001, 2(3): 247-252.
- Damerval C, Meignen S, Perrier V. A fast algorithm for bidimensional EMD [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(10): 701-704.
- Flandrin P, Rilling G, Gonçalves P. Empirical mode decomposition as a filter bank [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(2): 112-114.
- McConnell Brain Imaging Center. Brain Web; Simulated Brain Database [DB/OL]. <http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>, 2006-06-12.